

Gruppenübung 9

Aufgabe 1 Wir betrachten im folgenden die Menge der Strecken

$$\Pi := \left\{ G \text{ Übertragungsfunktion} \mid G(s) = \frac{c}{Ts+1}, c \in [1,3], T \in [1.5,4.5] \right\}.$$

Sei $G(s) := \frac{2}{3s+1}$ das nominelle Modell.

- Zeichnen Sie das Bodediagramm für das nominelle System. Überlegen Sie sich welchen Einfluß die Änderung der Parameter auf das Bodediagramm haben.
- Angenommen wir wollen das System mit einem allgemeinen Regler K gemäß der Regelkreisstruktur aus Abbildung 1 regeln. Bestimmen Sie für das nominelle System ein Signalflussplan (auch Blockschaltbild genannt), das diesen Regelkreis beschreibt.

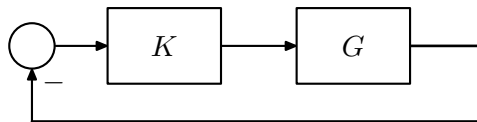


Abbildung 1: Regelkreis

- Zeichnen Sie in den Signalflussplan zwei Unsicherheitsblöcke Δ_1 und Δ_2 für die Unsicherheit in c und in T ein. Wir bezeichnen den Eingang des Unsicherheitsblockes Δ_1 mit z_1 und den Ausgang mit w_1 . Analog bezeichnen wir den Eingang des Unsicherheitsblockes Δ_2 mit z_2 und den Ausgang mit w_2 . Achten Sie darauf, die Unsicherheiten so zu normieren, dass die Menge aller Systeme durch

$$|\Delta_1| \leq 1, |\Delta_2| \leq 1$$

beschrieben ist.

- Stellen Sie die Übertragungsfunktion von $w := [w_1, w_2]^T$ nach $z := [z_1, z_2]^T$ auf.
- Wie sieht die M - Δ -Struktur des Systems aus?

Aufgabe 2 Im folgenden soll das Nyquistkriterium verwendet werden um die robuste Stabilität eines Regelkreises zu untersuchen. Dazu betrachten wir den Regelkreis aus Abbildung 2. Dabei ist G das gegebene nomi-

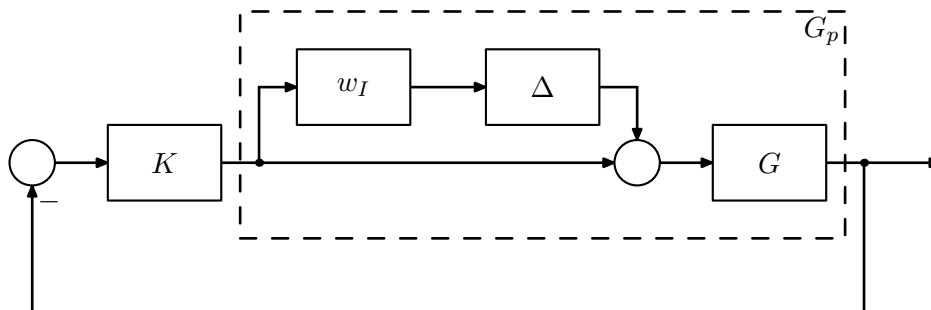


Abbildung 2: Regelkreis mit multiplikativer Unsicherheit.

nelle System, w_I ist eine gegebene Gewichtsfunktion und Δ ist eine Übertragungsfunktion die für alle ω

die Bedingung $|\Delta(j\omega)| \leq 1$ erfüllt, also $\|\Delta(j\omega)\|_\infty \leq 1$. Wir bezeichnen mit L die Übertragungsfunktion des nominellen offenen Kreises, d.h. $L = GK$. Mit G_p bezeichnen wir ein beliebiges System aus der Menge der möglichen Systeme Π . Wir nehmen an, dass sowohl K als auch alle Systeme in Π asymptotisch stabil sind.

Wir wollen die robuste Stabilität des geschlossenen Kreises mit Hilfe des Nyquistkriteriums charakterisieren. Dazu betrachten wir die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L_p = KG_p$ für die gilt

$$L_p = G_p K = GK(1 + w_I \Delta) = L + w_I L \Delta.$$

- a) Überlegen Sie sich wie mit dem Nyquistkriterium im vorliegenden Fall die Stabilität überprüft werden kann. Wie können wir die Bedingung aus dem Nyquistkriterium in eine mathematische Bedingung an die Systeme aus Π umformulieren? Überlegen Sie sich dazu in welcher Menge die Systeme in Π für eine feste Frequenz ω liegen.

- b) Aus dem Aufgabenteil a) wissen wir, dass, die Stabilität des nominellen Regelkreises vorausgesetzt, für die robuste Stabilität der Systeme die Bedingung

$$\forall \omega \in \mathbb{R} : |w_I(j\omega)L(j\omega)| < |1 + L(j\omega)|$$

notwendig und hinreichend ist. Leiten Sie daraus eine notwendige und hinreichende Bedingung für die komplementäre Sensitivität T des nominellen Systems her, welche die robuste Stabilität des geschlossenen Kreises garantiert.

- c) Betrachten Sie nun die folgende nominelle Strecke

$$G(s) = \frac{3(-2s+1)}{(5s+1)(10s+1)}$$

mit dem Regler

$$K(s) = K_c \frac{12.7s+1}{12.7s}$$

und der Gewichtsfunktion

$$w_I(s) = \frac{10s+0.33}{(10/5.25)s+1}.$$

Sei $K_c = 1.13$. In Abbildung 3 wird der Amplitudengang und der Phasengang der komplementären Sensitivität T (gepunktet) und von $1/w_I$ (gestrichelt) abgebildet. Entscheiden Sie anhand der Abbil-

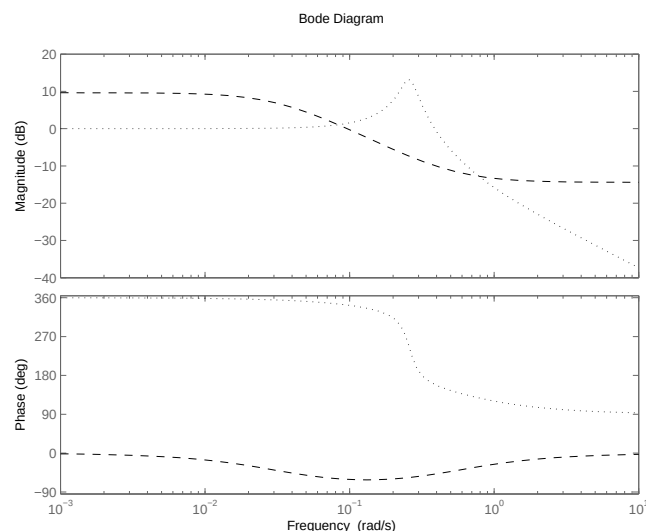


Abbildung 3: Bodediagramm des Beispielsystem.

ung ob das System robust stabil ist. Was würden Sie vorschlagen um robuste Stabilität zu erreichen?

Aufgabe 3 Gegeben sei die folgende nominelle Strecke:

$$G(s) = \frac{1-s}{(0.1s+1)(s+1)}$$

und der folgende PI-Regler:

$$K(s) = 0.4 \frac{s+1}{s}$$

- Überprüfen Sie die Stabilität des geschlossenen nominellen Kreises sowohl graphisch als auch rechnerisch. Kann man das “small-gain theorem” im vorliegenden Fall anwenden?
- Im folgenden soll die Robustheit des geregelten Kreises bei einer multiplikativen Ausgangsunsicherheit $\Delta_M(s)$ mit $\|\Delta_M\|_\infty \leq l_M(\omega)$ betrachtet werden. Die Funktion $l_M(\omega)$ sei gegeben durch:

$$l_M(\omega) = \begin{cases} -5[\text{dB}] & \omega \leq 1[\frac{\text{rad}}{\text{s}}] \\ \text{Gerade zwischen } -5[\text{dB}] \text{ und } 15[\text{dB}] & 1[\frac{\text{rad}}{\text{s}}] < \omega < 100[\frac{\text{rad}}{\text{s}}] \\ 15[\text{dB}] & \omega \geq 100[\frac{\text{rad}}{\text{s}}] \end{cases} \quad (1)$$

Ist der geschlossene Kreis robust stabil? Verwenden Sie den Plot von $\left| \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1+G(j\omega)K(j\omega)} \right|$ in Abbildung 4.

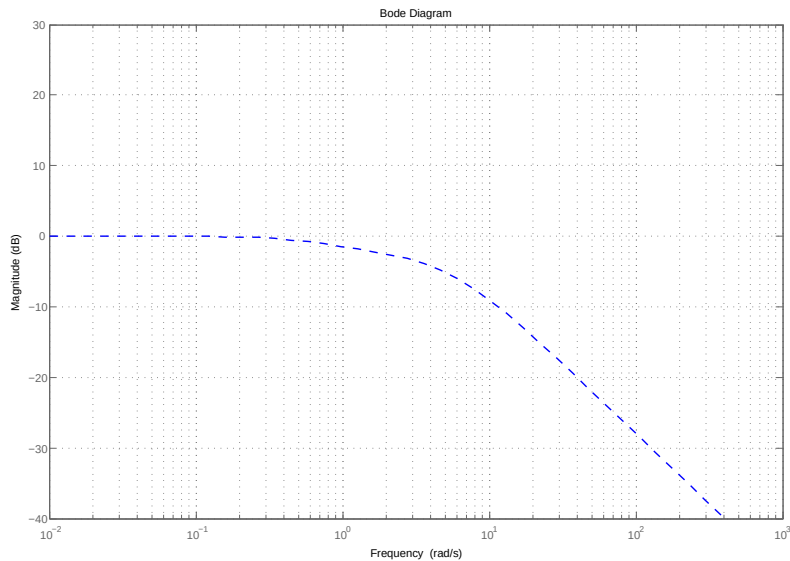


Abbildung 4: Amplitudengang von $\left| \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1+G(j\omega)K(j\omega)} \right|$ des nominellen Regelkreises.